

XI Wrocławski Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I-III gimnazjów

rok szkolny 2015/2016

Etap II

Matematyka to „sztuka poprawnego rozumowania”.

Odpowiedź do każdego zadania należy uzasadnić, nie wystarczy odpowiedzieć tak lub nie.

Zadanie 1

Drabina jest tak umieszczona między dwoma domami, że jeśli ją pochylić w stronę jednego domu, to sięga okna na wysokości 12 metrów, a jeśli do drugiego, to sięga zaledwie 9 metrów od poziomu ulicy. Oba położenia drabiny są do siebie wzajemnie prostopadłe. Jaka jest długość drabiny i szerokość ulicy?

Zadanie 2

Uczniów biorących udział w olimpiadzie matematycznej należało umieścić w salach tak, by w każdej sali była ta sama liczba osób, przy czym nie więcej niż 32 osoby. Kiedy najpierw w każdej sali umieszczano po 22 osoby, dla jednego zawodnika zabrakło miejsca. Gdy zaś z jednej sali zrezygnowano, miejsc w pozostałych wystarczyło dla wszystkich. Ilu zawodników wzięło udział w olimpiadzie oraz ile sal przygotowano dla nich?

Zadanie 3

Przekątna trapezu dzieli go na dwa trójkąty równoramienne. Znajdź kąty trapezu.

Zadanie 4

Uzasadnij, że liczba $\frac{6 + 6^2 + 6^3 + \dots + 6^{2016}}{7}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 5

Radek jechał pociągiem „SuperExpress” z Wrocławia do Warszawy. Podróż rozpoczął między godziną 4 i 5, a zakończył między 7 i 8. Zauważył, że położenie, które zajmowała wskazówka minutowa zegara w chwili wyjazdu pociągu z Wrocławia, w momencie przyjazdu do Warszawy zajęła wskazówka godzinowa – i odwrotnie. Wyznacz dokładny czas wyjazdu pociągu z Wrocławia i przyjazdu do Warszawy.

Zadanie 6

Podstawą graniastosłupa prostego jest romb, w którym miara kąta rozwartego jest równa 120° , a ściany boczne tego graniastosłupa są kwadratami. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jeden z wierzchołków górnej podstawy i dłuższą przekątną dolnej podstawy. Wyznacz pole tego przekroju, jeżeli wiadomo, że zwiększenie wysokości graniastosłupa o 2 cm powoduje wzrost jego objętości o $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$.