

XII Wrocławski Konkurs Matematyczny dla uczniów klas I-III gimnazjów

rok szkolny 2016/2017

Etap II

Matematyka to „sztuka poprawnego rozumowania”. Odpowiedź do każdego zadania należy uzasadnić, nie wystarczy odpowiedzieć tak lub nie.

Zadanie 1

Wyznacz wszystkie liczby naturalne n , gdzie n jest liczbą ze zbioru $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, spełniające równanie:
$$n \cdot 3^n - 3n = 6 - 2 \cdot 3^n$$

Zadanie 2

Wskazówki zegara mają długości 10 cm i 6 cm. Oblicz odległość między końcami wskazówek o godzinie 16.00.

Zadanie 3

Punkty A i B są końcami przekątnej sześcianu. Mrówka przeszła po powierzchni sześcianu z punktu A do punktu B najkrótszą drogą. Oblicz drogę, którą przeszła mrówka, jeśli krawędź sześcianu wynosi 8 cm.

Zadanie 4

Dwie liczby, których największy wspólny dzielnik wynosi 1, nazywamy względnie pierwszymi. Udowodnij, że jeżeli liczby 12 i n są względnie pierwsze, to $n^2 - 1$ jest podzielne przez 24.

Zadanie 5

Na przeciwprostokątnej BC trójkąta prostokątnego ABC zaznaczono punkt D tak, by obwody trójkątów ABD i ADC były równe. Znajdź stosunek promieni okręgów wpisanych w trójkąty ABD i ADC , jeśli przyprostokątne mają długości 5 oraz 12.

Zadanie 6

Liczby naturalne od 1 do 99 włącznie zapisano po kolei tworząc w ten sposób liczbę 189-cyfrową. Wykaż, że jest to liczba złożona.